



これを一般的に考えると

$$\begin{aligned}
 a^2 + b^2 + c &= a \left( x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c \\
 &= a \left\{ x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \left( \frac{b}{2a} \right)^2 \right\} - a \left( \frac{b}{2a} \right)^2 + c \\
 &= a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}
 \end{aligned}$$

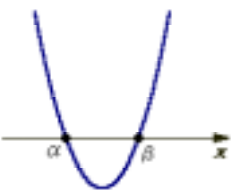
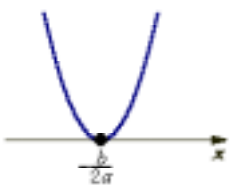
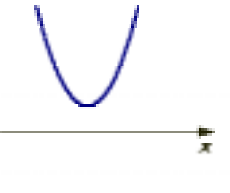
よって、頂点は

$$\left( -\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right) \quad \text{となる。}$$

また、2次関数  $y = a^2 + b^2 + c$  ( $a > 0$ ) のグラフと2次不等式

$$a^2 + b^2 + c > 0 \quad a^2 + b^2 + c < 0$$

の解についてまとめると、次の表のようになっている。

$b^2 - 4ac$ の符号	$b^2 - 4ac > 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac < 0$
$y = a^2 + b^2 + c$ のグラフ			
$a^2 + b^2 + c > 0$ の解	$x < \alpha, \beta < x$	$b - \frac{b^2 - 4ac}{2a}$ を除く すべての実数	すべての実数
$a^2 + b^2 + c < 0$ の解	$\alpha < x < \beta$	解はない	解はない