

問題番号	問い	2次方程式 $x^2 - 5x + 6 = 0$ を解きなさい。	
8	正解	$x = 2, 3$	
誤答例		つまずき原因	分析と解消
1	無解答	因数分解を理解していない。	21ページ 【8-1】
2	$x = 2$	$x = 2$ に代入して成立した値をその方程式の解とした。	22ページ 【8-2】
3	$x = -2, -3$	$(x + 2)(x + 3) = 0$ より, $x = -2, -3$ と間違えた。 または, 因数分解を間違えた。	21ページ 【8-1】
4	$x = -6, 1$	因数分解を間違えた。	21ページ 【8-1】
5	$x = 6, -1$	因数分解を間違えた。	21ページ 【8-1】
<p>正解の解説</p> $x^2 - 5x + 6 = 0$ <p>左辺を因数分解すると,</p> $(x - 2)(x - 3) = 0$ $x - 2 = 0 \quad \text{または} \quad x - 3 = 0$ <p>よって, 解は $x = 2, 3$</p>			
練習	<p>次の2次方程式を解きなさい。</p> <p>(1) $x^2 + 3x - 4 = 0$ (2) $x^2 - 3x + 2 = 0$ (3) $x^2 - 3x - 4 = 0$ (4) $x^2 - 2x + 1 = 0$ (5)</p>		
解答	<p>(1) $x = -4, 1$ (2) $x = 1, 2$ (3) $x = -1, 4$ (4) $x = 1$</p>		

誤答例 1 のつまずきの分析【 8 - 1 】

$x^2 - 5x + 6$ の因数分解ができないので、2 次方程式が解くことができないと考えられます。2 次式を 1 次式と 1 次式の積に因数分解することができれば、その 2 次方程式は容易に解くことができます。

つまずきの解消

1 つの式をいくつかの単項式や多項式の積の形に表すとき、その 1 つ 1 つの式を、もとの式の因数といいます。

多項式を因数の積の形に表すことを、その多項式を因数分解するという。因数分解は、展開を逆にみたものです。

$x^2 - 5x + 6$ の因数分解のしかたを考えてみましょう。

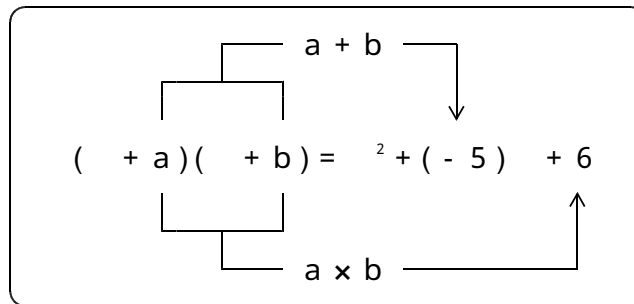
因数分解は展開を逆にみたものであるから、式の形に注目すると、 $x^2 - 5x + 6$ は、次のように因数分解できます。

$$x^2 - 5x + 6 = (x + a)(x + b)$$

ここで、 $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ であるから、

$$a + b = -5, \quad ab = 6$$

すなわち、和が -5、積が 6 である a, b にあてはまる数を見つければよいことが分かります。



和が -5、積が 6 である 2 つの数を右のような表で考えると、

その 2 つの数は、-2 と -3 であることが分かります。

$a = -2, b = -3$ とおくと、

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

と因数分解できます。

積が 6	和
1 と 6	7
2 と 3	5
-1 と -6	-7
-2 と -3	-5

因数分解の公式

$$x^2 + (a + b)x + b = (x + a)(x + b)$$

因数分解の例題

(1) $x^2 + 7x + 6$

(2) $x^2 - 5x - 6$

(3) $x^2 - x - 12$

解答

(1) $(x + 1)(x + 6)$

(2) $(x - 6)(x + 1)$

(3) $(x - 4)(x + 3)$

誤答例 2 のつまずきの分析【 8 - 2 】

$x = 2$ は、2 次方程式 $x^2 - 5x + 6 = 0$ の解ではあるが、2 以外にあるかもしれません。3 を代入しても、 $3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$ であるので 3 も解です。つまり、 $x = 2$ は解の一つではありますが、 $x = 2$ だけではその方程式の解とはなりません。

つまずきの解消

2 次方程式 $x^2 - 5x + 6 = 0$ を成り立たせる x の値を求めてみましょう。

- ・ $x = 0$ のとき、左辺 $= 0^2 - 5 \times 0 + 6 = 6$
 - ・ $x = 1$ のとき、左辺 $= 1^2 - 5 \times 1 + 6 = 2$
 - ・ $x = 2$ のとき、左辺 $= 2^2 - 5 \times 2 + 6 = 0$
- よって、求める解答は、 $x = 2$ である。

この解答は、間違いです。解が 2 だけとは限らないからです。

さらに、 x の値を代入してみます。

- ・ $x = 3$ のとき、左辺 $= 3^2 - 5 \times 3 + 6 = 0$
- ・ $x = 4$ のとき、左辺 $= 4^2 - 5 \times 4 + 6 = 2$
- ・ $x = 5$ のとき、左辺 $= 5^2 - 5 \times 5 + 6 = 6$

これらから、 $x = 3$ も解です。

よって、 $x = 2, 3$ しか、これ以外に解があるかどうかは分かりません。

したがって、ある値を代入したら成り立つたからといって、その方程式を解いたことにはなりません。