

問題番号	問い	2次方程式 $x^2 - 5x = 0$ を解きなさい。	
9	正解	$x = 0, 5$	
誤答例		つまずき原因	分析と解消
1	無解答	因数分解を理解していない。	24ページ 【9-1】
2	$x = 5$	両辺を文字 x で割った。 (0では割ることはできない。)	25ページ 【9-2】
3	$x = -5$	$(x - 5) = 0$ より $x - 5 = 0$ よって, $x = -5$ とした。	25ページ 【9-2】
4	$x = 1, 5$	$(x - 5) = 0$ より $x = 1, 5$ とした。	19ページ 【7-1】
5			
<p>正解の解説</p> $x^2 - 5x = 0$ <p>左辺を因数分解すると,</p> $(x - 5)x = 0$ <p>$x = 0$ または $x - 5 = 0$ よって, 解は $x = 0, 5$</p>			
練習	次の2次方程式を解きなさい。		
	(1) $x^2 - 2x = 0$	(2) $x^2 + 3x = 0$	(3) $x^2 = 3$
	(4) $x^2 = -2$		
解答	(1) $x = 0, 2$	(2) $x = 0, -3$	(3) $x = 0, 3$
	(4) $x = 0, -2$		

誤答例 1 のつまずきの分析【9 - 1】

$x^2 - 5$ の因数分解の理解ができないので、2 次方程式を解くことができません。

つまずきの解消

$x^2 - 5$ を因数分解すると $(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$ です。

1 つの式をいくつかの単項式や多項式の積の形に表すとき、その 1 つ 1 つの式を、もとの式の因数といいます。

多項式を因数の積の形に表すことを、その多項式を因数分解するといいます。因数分解は、展開を逆にみたものです。

分配法則 $a(b + c) = ab + ac$ $(a + b)c = ac + bc$
 を使って、多項式を因数分解します。

分配法則の説明

$$x(a + b) = xa + xb$$

$$(a + b)x = ax + bx$$

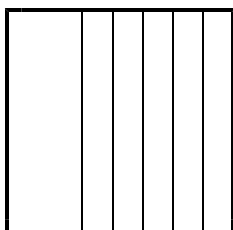
例 $18 \times \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right) = 18 \times \frac{2}{3} + 18 \times \frac{5}{6} = 12 + 15 = 27$

$$18 \times \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right) = 18 \times \frac{9}{6} = 27$$

例 $\left(-\frac{1}{7}\right) \times 3 + \left(-\frac{1}{7}\right) \times 4 = \left(-\frac{1}{7}\right) \times (3 + 4) = -1$

$$\left(-\frac{1}{7}\right) \times 3 + \left(-\frac{1}{7}\right) \times 4 = -\frac{3}{7} - \frac{4}{7} = -1$$

面積を利用した因数分解



一辺が 5 の正方形から、横が 1 の長方形を 5 個引いたときの残りの面積は、 $5^2 - 5$

これは、横 4 たて 5 の長方形の面積と同じです。

よって、 $5^2 - 5 = (4 - 5) \times 5$

誤答例2のつまずきの分析【9 - 2】

0で割ることができない。文字が0でない保証がないのに、で割ってしまったと考えられます。

つまり、 $x^2 = 5$ の両辺を で割って、 $x = 5$ と解答した。または、 $(x - 5) = 0$ より $x - 5 = 0$ よって、 $x = 5$ と解答したと考えられます。

つまずきの解消

2次方程式を成り立たせる文字の値を、その2次方程式の解といい、すべての解を求めることを、その2次方程式を解くといいます。

2つの数A, Bについて、次のことがいえる。
 $AB = 0$ ならば、 $A = 0$ または $B = 0$

2次方程式を解くのに、このことが利用できます。

$A =$, $B = (x - 5)$ と考えると、
 $(x - 5) = 0$ ならば、 $x = 0$ または $x - 5 = 0$ がいえます。
よって、 $x = 0$ または $x = 5$

下線部を忘れないようにしましょう。

$(x - 5) = 0$ を、 $(x - 0)(x - 5) = 0$ とみると分かりやすいです。

$x^2 - 5 = 0$
 $- 5$ を右辺に移項すると、
 $x^2 = 5$
両辺を で割ると、
 $x = 5$

このように解答した人は、どこが間違っていたのでしょうか。

実は、両辺を で割ったことに間違いの原因があるのです。

なぜなら、0ではわり算ができないからです。

例えば、 $2 \div 0$ は計算ができますか。できません。

[ちなみに、 $0 \div 2 = 0$ です。]

もし、 $\frac{2}{0} = 0$ ならば、 $2 = 0$ となり、矛盾します。

文字で、割るときは、その文字が0でないことが必要です。そうでないと、0のときと、0でないときの場合分けが必要になります。