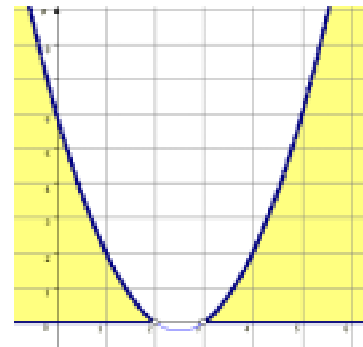


問題番号	問い	不等式 $(x - 2)(x - 3) > 0$ を解きなさい。																										
13	正解	$x < 2, 3 < x$																										
誤答例		つまずき原因		分析と解消																								
1	無解答	グラフがかけない。		36ページ 【13-1】																								
2	$x > 2, x > 3$	$x - 2$ と $x - 3$ がともに正であると考えた。		37ページ 【13-2】																								
3	$x > 2, 3$	方程式の解を求め、等号を不等号に書き換えた。		38ページ 【13-3】																								
4	$2 < x < 3$	範囲の扱い方を理解していない。		39ページ 【13-4】																								
5	$3 < x < 2$	不等号での表現できない。		40ページ 【13-5】																								
<p>正解の解説1 (グラフで考える)</p> <p><math>y = (x - 2)(x - 3)</math>とおき<math>y = 0</math>とすると、  <math>(x - 2)(x - 3) = 0</math>より、<math>x = 2, 3</math>が求められます。  よって、<math>y = (x - 2)(x - 3)</math>のグラフは右図のようになるから、グラフより<math>y &gt; 0</math>つまり<math>(x - 2)(x - 3) &gt; 0</math>となる<math>x</math>の値の範囲を求めると<math>x &lt; 2, 3 &lt; x</math>です。</p>																												
<p>正解の解説2 (符号表を使う)</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>x &lt; 2</math></td> <td>2</td> <td><math>2 &lt; x &lt; 3</math></td> <td>3</td> <td><math>3 &lt; x</math></td> </tr> <tr> <td><math>x - 2</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>x - 3</math></td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>(x - 2)(x - 3)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table> <p>表より<math>(x - 2)(x - 3) &gt; 0</math>となる<math>x</math>の値の範囲を求めると<math>x &lt; 2, 3 &lt; x</math>です。</p>					$x$	$x < 2$	2	$2 < x < 3$	3	$3 < x$	$x - 2$	-	0	+	+	+	$x - 3$	-	-	-	0	+	$(x - 2)(x - 3)$	+	0	-	0	+
$x$	$x < 2$	2	$2 < x < 3$	3	$3 < x$																							
$x - 2$	-	0	+	+	+																							
$x - 3$	-	-	-	0	+																							
$(x - 2)(x - 3)$	+	0	-	0	+																							
<p>参考 <math>x &lt; 2, 3 &lt; x</math>という表現は、<math>x &lt; 2</math>と<math>3 &lt; x</math>のそれぞれの範囲にある<math>x</math>という意味で、<math>x &lt; 2</math>と<math>3 &lt; x</math>の共通部分を表すものではありません。</p>																												
練習	次の2次不等式を解きなさい。																											
	(1) $(x - 2)(x - 3) < 0$ (2) $x(x + 5) > 0$ (3) $(2x - 3)(x - 2) < 0$																											
解答	(1) $2 < x < 3$ (2) $x < -5, 0 < x$ (3) $\frac{3}{2} < x < 2$																											



## 誤答例 1 のつまずきの分析【13 - 1】

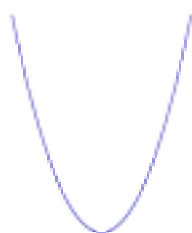
不等式の解き方を理解していないか，2次関数のグラフがかけないので，グラフから  $x$  の範囲を読みとることができないと考えられます。

### つまずきの解消

不等式の解き方が全くわからないのであれば，まず1次不等式を復習しましょう。特に5ページにある正解の解説2を参照して，グラフを利用して解けるようにしましょう。2次不等式もグラフがかければ，同じようにして解くことができます。

### 2次関数( $y = ax^2 + bx + c$ )のグラフのかき方

2次関数( $y = ax^2 + bx + c$ )のグラフのグラフは，放物線と呼ばれ  $y = (x - 2)(x - 3)$  つまり  $y = x^2 - 5x + 6$  のように  $x^2$  の係数がプラスの場合は



のような下に凸の曲線になります。

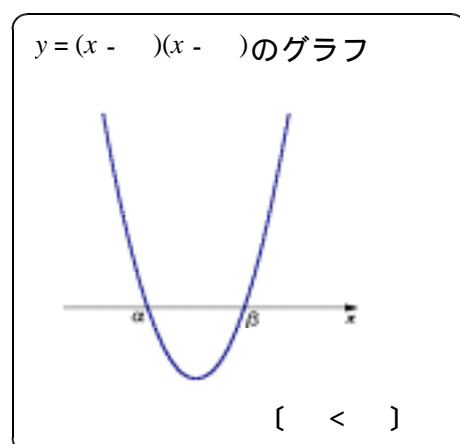
次に2次関数  $y = (x - 2)(x - 3)$  と  $x$  軸との共有点を考えます。 $x$  軸上では  $y$  座標は0なので， $(x - 2)(x - 3)$  が0になるような  $x$  を求めればよいということになります。

よって  $(x - 2)(x - 3) = 0$  とおくと， $x = 2, 3$  となって，交点の座標  $(2, 0)$ ， $(3, 0)$  が求められました。これと， $x^2$  の係数がプラス1であることから



グラフは とかくことができます。

### まとめ



グラフがかけるようになったら13ページの解説の1のようにして2次不等式を解きます。

## 誤答例2のつまずきの分析【13-2】

かけて+になるのは、+どうしの場合だけだと考えた。

「,」の意味を理解せずに、そのまま並べて書いた。

### つまずきの解消

プラスとプラスをかけるとプラスになりますが

$$(+)\times(+)=(+)$$

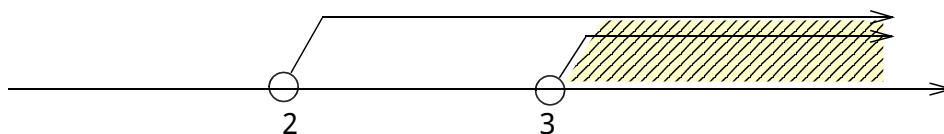
マイナスとマイナスをかけてもプラスになります。

$$(-)\times(-)=(+)$$

従って、 $x-2 < 0$ 、 $x-3 < 0$ も考えなくてはいけないので

あなたの解は $x > 2$ 、 $x > 3$ または $x < 2$ 、 $x < 3$ ということになります。

ここで、あなたが使った「,」の意味を考えると、  
 $x > 2$ 、 $x > 3$ の「,」は両方ともプラスと考えたので「かつ」ということになり  
 $x > 2$ かつ $x > 3$ は下図からわかるように



$x > 3$ です。

また、 $x < 2$ 、 $x < 3$ の「,」も両方ともマイナスと考えたので、やはり「かつ」で  
 $x < 2$ かつ $x < 3$ は $x < 2$ です。

よって、 $(x-2)(x-3)$ がプラスになるのは、両方合わせて

$x < 2$ または $3 < x$ のときということになり、それが

2次不等式の $(x-2)(x-3) > 0$ の解となり、それを $x < 2$ 、 $3 < x$ と書きます。

### ポイント

プラスとプラスをかけるとプラスになりますが、

マイナスとマイナスをかけてもプラスになります。

$A \times B > 0$	ならば	$A > 0$ かつ $B > 0$ または $A < 0$ かつ $B < 0$
------------------	-----	---

また、プラスとマイナスをかけるとマイナスになるので

$A \times B < 0$	ならば	$A > 0$ かつ $B < 0$ または $A < 0$ かつ $B > 0$
------------------	-----	---

が成り立ちます。

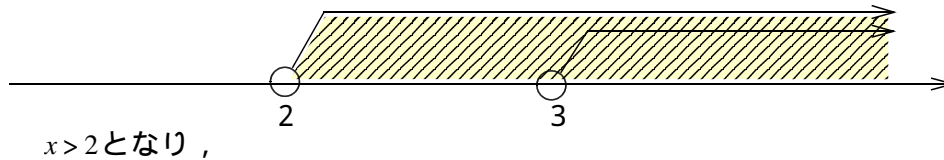
### 誤答例3のつまずきの分析【13-3】

方程式 $(x-2)(x-3)=0$ を解いて、その解 $x=2, 3$ を求め、ただ等号と不等号を、向きをそのままにして置き換えたと思われます。

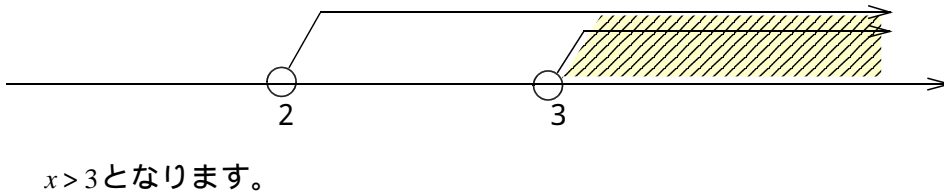
#### つまずきの解消

$x > 2, 3$ という表現が存在するとすると「,」の意味を考えて

1)  $x > 2$ または $x > 3$ と考えたと



2)  $x > 2$ かつ $x > 3$ と考えたと



この場合は $(x-2)$ と $(x-3)$ をかけて0よりおおきくなるのですから $(x-2) > 0$ かつ $(x-3) > 0$ と考えるべきでしょう。

しかし、 $(x-2)(x-3) > 0$ となるのは両方ともマイナスつまり

$(x-2) < 0$ かつ $(x-3) < 0$ の場合も考えられます。

従って $x < 2$ かつ $x < 3$ より、 $x < 2$ も解ということになります。

よって、 $(x-2)(x-3)$ がプラスになるのは、両方ともプラスの場合と合わせて $x < 2$ または $3 < x$ のときということになり、それが

2次不等式の $(x-2)(x-3) > 0$ の解となり、それを $x < 2, 3 < x$ と書きます。

#### ポイント

プラスとプラスをかけるとプラスになりますが、

マイナスとマイナスをかけてもプラスになります。

$A \times B > 0$ ならば <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">A &gt; 0 かつ B &gt; 0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 10px;">または</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 10px;">A &lt; 0 かつ B &lt; 0</td> </tr> </table>	A > 0 かつ B > 0	または	A < 0 かつ B < 0
A > 0 かつ B > 0			
または			
A < 0 かつ B < 0			

また、プラスとマイナスをかけるとマイナスになるので

$A \times B < 0$ ならば <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">A &gt; 0 かつ B &lt; 0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 10px;">または</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 10px;">A &lt; 0 かつ B &gt; 0</td> </tr> </table>	A > 0 かつ B < 0	または	A < 0 かつ B > 0
A > 0 かつ B < 0			
または			
A < 0 かつ B > 0			

が成り立ちます。

## 誤答例4のつまずきの分析【13 - 4】

ただ、 $(x - 2)(x - 3) < 0$ と問題を見間違えた。または、 $(x - 2)(x - 3) > 0$ と $(x - 2)(x - 3) < 0$ の取り扱い方の違いをしっかりと理解していないので、 $x < 2$ 、 $3 < x$ が $2 < x < 3$ のどちらになるのが曖昧になっていると考えられます。

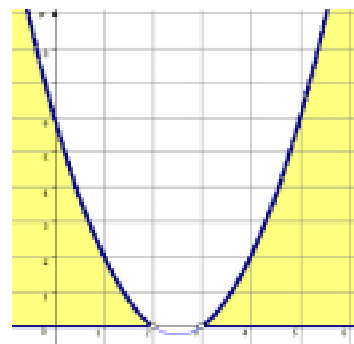
### つまずきの解消

$(x - 2)(x - 3) > 0$ とは  
 $(x - 2)$ と $(x - 3)$ をかけて0より大きくなるということですが、  
 $2 < x < 3$ を満たす数  
 つまり2と3の間にある数の2.5で計算してみると  
 $(2.5 - 2)(2.5 - 3) = 0.5 \times (-0.5) = -0.25$ となって  
 0より小さくなってしまいます。  
 この問題が $(x - 2)(x - 3) < 0$ であったら、  
 $2 < x < 3$ が正解です。

### 2次不等式 $(x - 2)(x - 3) > 0$ の解き方

#### その1 (グラフで考える)

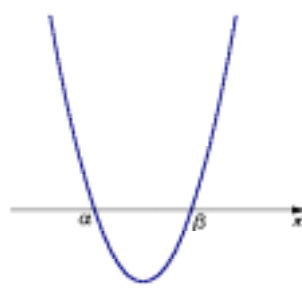
$y = (x - 2)(x - 3)$ とおき $y = 0$ とすると、  
 $(x - 2)(x - 3) = 0$ より、 $x = 2, 3$ が求まります。  
 よって、 $y = (x - 2)(x - 3)$ のグラフは右図のようになるから、グラフより $y > 0$ つまり $(x - 2)(x - 3) > 0$ となる $x$ の値の範囲を求めると $x < 2$ 、 $3 < x$ です。



また、 $(x - 2)(x - 3) < 0$ の解は、

グラフより $y < 0$ となる $x$ の値の範囲を求めると $2 < x < 3$ です。

### まとめ



グラフより

$(x - \alpha)(x - \beta) > 0$ の解は  $x < \alpha$  ,  $\beta < x$

$(x - \alpha)(x - \beta) < 0$ の解は  $\alpha < x < \beta$

〔ただし、 $\alpha < \beta$  〕

#### その2 (符号表を使う)

$x$	$x < 2$	$2$	$2 < x < 3$	$3$	$3 < x$
$x - 2$	-	0	+	+	+
$x - 3$	-	-	-	0	+
$(x - 2)(x - 3)$	+	0	-	0	+

表より $(x - 2)(x - 3) > 0$ となる $x$ の値の範囲を求めると $x < 2$ 、 $3 < x$ です。

また、 $(x - 2)(x - 3) < 0$ の解は、

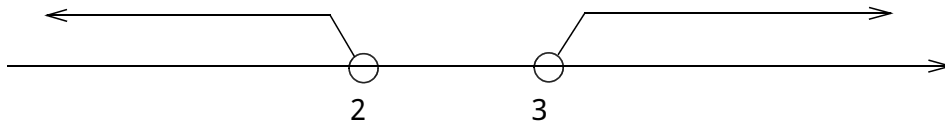
表より $(x - 2)(x - 3) < 0$ となる $x$ の値の範囲を求めると $2 < x < 3$ です。

### 誤答例5のつまずきの分析【13-5】

$x < 2$ ,  $3 < x$ という表現になれていないため、 $x < 2$ と $x > 3$ を1つにまとめて $3 < x < 2$ と表現してしまったと考えられます。

#### つまずきの解消

$3 < x < 2$ とは $x$ が3より大きく、かつ、2より小さい数ということです。



そのような数はありません。

$x < 2$ ,  $3 < x$ という表現は、  
 $x < 2$ と $3 < x$ のそれぞれの範囲にある数の集合という意味で  
数直線上に図示すると下図のようになります。

