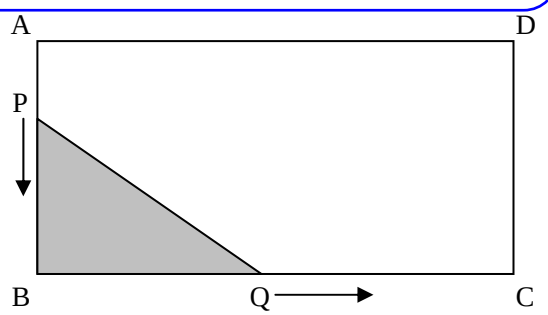
３章(２次方程式)　２節(２次方程式の応用)

３．２次方程式と図形の問題

年　　組　　番

名前



１．AB＝10cm，BC＝20cm の長方形 ABCD がある。点 P は，辺 AB 上を毎秒 1cm の速さで A から B まで動き，点 Q は，辺 BC 上を毎秒 2cm の速さで B から C まで動くという。

P，Q が同時に出発するとき，何秒後に△PBQ の面積が 24cm² になるかを次の手順で求めなさい。

① t 秒後の AP の長さを t cm とすると，PB，BQ の長さを，それぞれ t を使って表しなさい。

AB＝10cm で，AP＝t なので，PB＝AB－AP＝10－t

よって，PB＝10－t　(cm)

点 Q は，辺 BC 上を毎秒 2cm の速さで B から C まで動く点で，

距離＝速さ×時間なので，t 秒後には，$2\times t$ (cm)動く

よって，BQ＝$2t$　(cm)

② t 秒後の△PBQ の面積を，t を使って表しなさい。

△PBQ の底辺を BQ と考えると，∠PBQ は長方形の一つの角なので，90°。

だから，PB が高さとなる。

$$\text{三角形の面積}=\frac{\text{底辺}\times\text{高さ}}{2}\text{なので，}\triangle\text{PBQ}=\frac{BQ\times PB}{2}\text{となる。}$$

また，①で t 秒後の PB＝10－t，BQ＝$2t$ とわかっているので，

$$\triangle\text{PBQ}=\frac{BQ\times PB}{2}=\frac{2t(10-t)}{2}=t(10-t)\quad(\text{cm}^2)$$

③ t 秒後の△PBQ の面積が 24cm² になるということを 2 次方程式で表し，その 2 次方程式を解いて，解を求めなさい。

t 秒後の△PBQ の面積は②で，$t(10-t)$ とわかっているので，その面積が 24cm² になるという 2 次方程式は，

$$t(10-t)=24$$

と表すことができる。よって，その方程式を解くと，

$$t(10-t)=24$$
$$10t-t^2=24$$
$$t^2-10t+24=0$$
$$(t-4)(t-6)=0$$
$$t=4,\ 6$$

$t=4$ も $t=6$ も問題に適している。

よって，△PBQ の面積が 24cm² になるのは，4 秒後と 6 秒後